

Вариант № 9852269

1. Задание 13 № 513624. а) Решите уравнение $8^x - 7 \cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 5; \log_2 11]$.

2. Задание 14 № 513625. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно $4\sqrt{3}$. На рёбрах AB , $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = A_1 N = C_1 K = 1$.

а) Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром BC . Докажите, что $MNKL$ — квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

3. Задание 15 № 513626. Решите неравенство $(5x - 13) \cdot \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 10) \geq 0$.

4. Задание 16 № 513627. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.

а) Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC .

б) Найдите угол OIH , если $\angle ABC = 55^\circ$.

5. Задание 17 № 513628. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 25 млн рублей.

6. Задание 18 № 513629. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. Задание 19 № 513630. Множество чисел назовём хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковой суммой чисел.

а) Является ли множество $\{200; 201; 202; \dots; 299\}$ хорошим?

б) Является ли множество $\{2; 4; 8; \dots; 2^{100}\}$ хорошим?

в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества $\{1; 2; 4; 5; 7; 9; 11\}$?