

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 сентября 2017 года

Вариант МА10111 (без производных)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

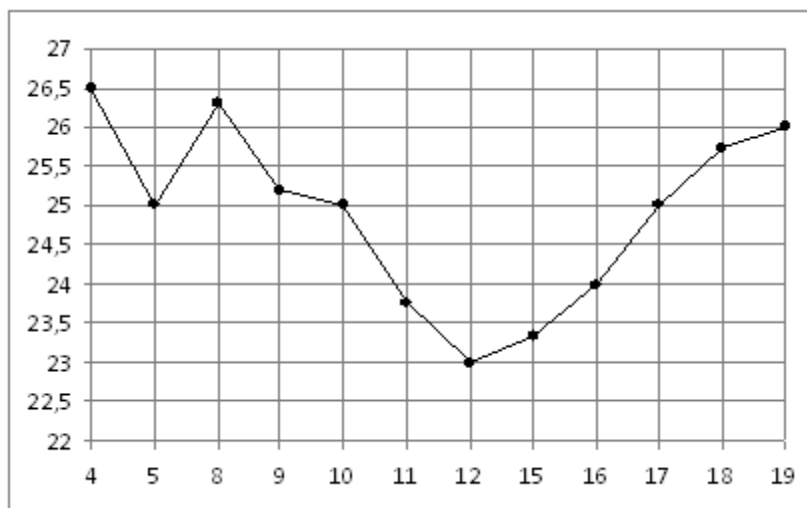
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Цена на электрический чайник была повышена на 23 % и составила 2337 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Ответ: _____.

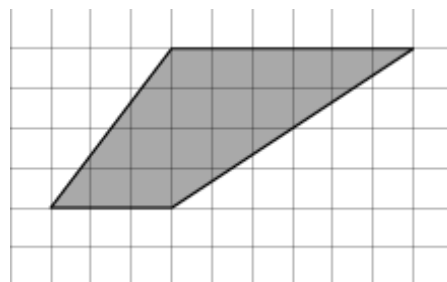
- 2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: _____.



- 4 В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 14 октября погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 17 октября в Волшебной стране будет отличная погода.

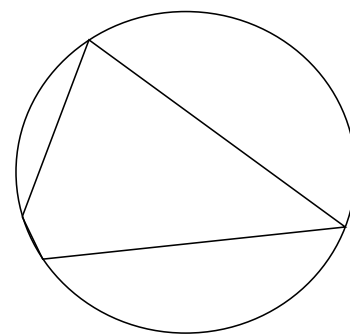
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\log_6(5-x) = 2$.

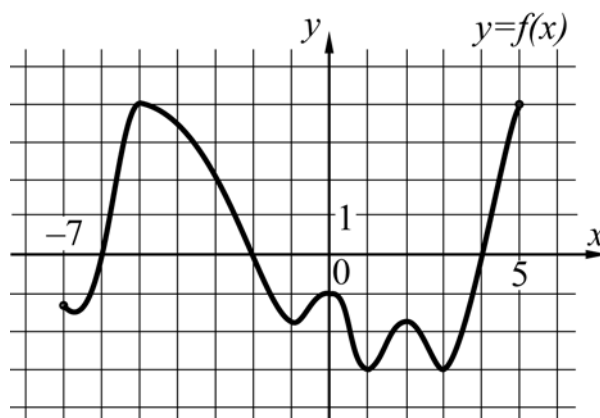
Ответ: _____.

- 6 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 29° и 57° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



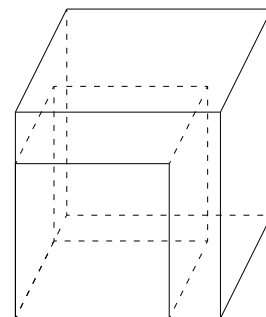
- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

- 8 Если каждое ребро куба увеличить на 5, то его площадь поверхности увеличится на 270. Найдите ребро куба.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $(397^2 - 78^2) : 475$.

Ответ: _____.

- 10 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 6 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 26$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,2$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 43,2 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

- 11 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 25 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 112 км/ч, и через 25 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = -3x^5 - 6x^3 + 14$ на отрезке $[-1; 8]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4\sin\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = \frac{3}{\cos x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$.

14 Прямоугольник $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .

а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите длину той части отрезка BD , которая находится снаружи цилиндра, если радиус цилиндра равен $\sqrt{2}$.

15 Решите неравенство $(3^{x+2} + 3^{2-x})x^2 \geq \frac{45x^2}{2}$.

16 Точка I — центр окружности S_1 , вписанной в треугольник ABC , точка O — центр окружности S_2 , описанной около треугольника BIC .

а) Докажите, что точка O лежит на окружности, описанной около треугольника ABC .

б) Найдите косинус угла BAC , если радиус описанной окружности треугольника ABC относится к радиусу окружности S_2 как 3:5.

17 15 января планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 2,34 млн рублей?

18 Найдите все значения x , каждое из которых является решением уравнения
$$\frac{(a-1)\sqrt{3}\sin 2x + (1+\sqrt{3}-a)\cos 2x}{6\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x} = 1$$
 при любом значении a из отрезка $[0; 7\sqrt{3}]$.

19 На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 165. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 5 раз больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

- 17** 15 января планируется взять кредит в банке на 16 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 2,34 млн рублей?

- 18** Найдите все значения x , каждое из которых является решением уравнения
$$\frac{(a-1)\sqrt{3}\sin 2x + (1+\sqrt{3}-a)\cos 2x}{6\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x} = 1$$
 при любом значении a из отрезка $[0; 7\sqrt{3}]$.

- 19** На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 165. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).
- а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.
 - б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 5 раз больше, чем сумма исходных чисел?
 - в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

21 сентября 2017 года

Вариант МА10112 (без производных)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

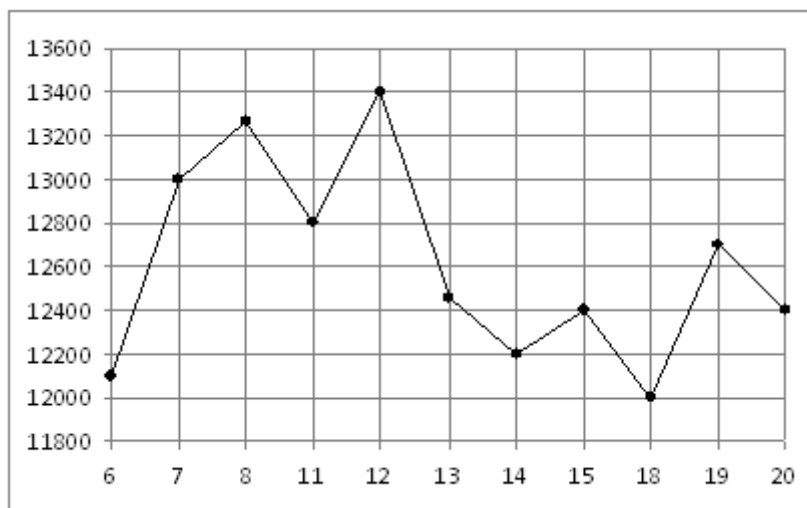
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Цена на электрический чайник была повышена на 17 % и составила 1989 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Ответ: _____.

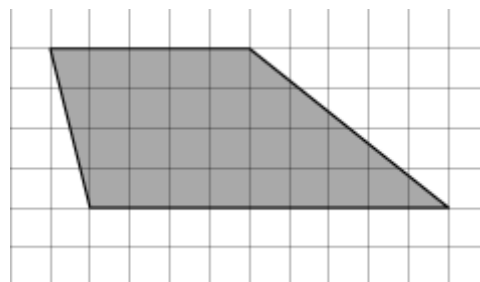
- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.

Ответ: _____.



- 4** В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,9 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 5 апреля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 8 апреля в Волшебной стране будет отличная погода.

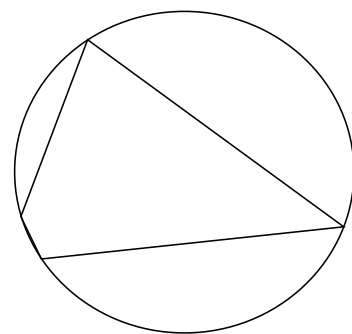
Ответ: _____.

- 5** Найдите корень уравнения $\log_2(6 - x) = 5$.

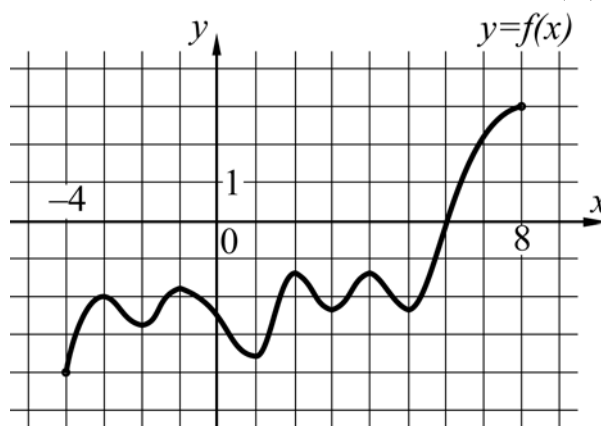
Ответ: _____.

- 6** Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 24° и 67° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



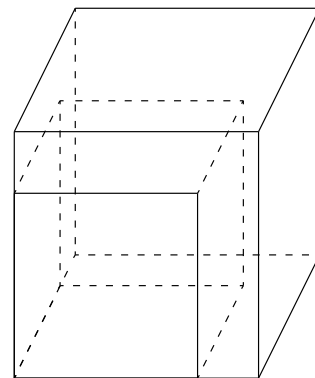
- 7** На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

- 8 Если каждое ребро куба увеличить на 3, то его площадь поверхности увеличится на 162. Найдите ребро куба.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $(625^2 - 52^2) : 677$.

Ответ: _____.

- 10 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 8 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 4$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,4$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 33,6 с. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: _____.

- 11 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 32 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 119 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = x^7 + 5x^3 - 16$ на отрезке $[-9; 1]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $4\sin\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\cos x}$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

- 14** Прямоугольник $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .
- а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.
- б) Найдите длину той части отрезка BD , которая находится снаружи цилиндра, если радиус цилиндра равен 4.

- 15** Решите неравенство $(5^{x+2} + 5^{2-x})x^2 \geq \frac{125x^2}{2}$.

- 16** Точка I — центр окружности S_1 , вписанной в треугольник ABC , точка O — центр окружности S_2 , описанной около треугольника BIC .
- а) Докажите, что точка O лежит на окружности, описанной около треугольника ABC .
- б) Найдите косинус угла BAC , если радиус описанной окружности треугольника ABC относится к радиусу окружности S_2 как 2 : 3.

17 15 января планируется взять кредит в банке на 10 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного погашения равнялась 1,83 млн рублей?

18 Найдите все значения x , каждое из которых является решением уравнения

$$\frac{a\sqrt{3}\sin\frac{x}{2} + (\sqrt{3} - a)\cos\frac{x}{2}}{6\sin\frac{x}{2} - \sqrt{3}\cos\frac{x}{2}} = 1 \text{ при любом значении } a \text{ из отрезка } [-2; 5\sqrt{2}].$$

19 На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 264. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 3 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.